

ARBEITSBLATT ZU KONFIDENZINTERVALLEN

- Aufgabe 1:** Bei der Sonntagsfrage werden Bürger gefragt, welche Partei sie wählen würden, wenn diesen Sonntag Wahlen stattfänden. Von 70 befragten Personen geben 26 an, dass sie die SPD wählen würden.
- a) Welches Wahlergebnis wäre wahrscheinlich, wenn an diesem Sonntag tatsächlich gewählt würde.
 - b) Angenommen, die SPD würde bei der Wahl 45% der Stimmen erhalten. Wäre das Stichprobenergebnis $X = 26$ mit dieser Wahrscheinlichkeit noch verträglich, d. h. liegt das Stichprobenergebnis in der 95%-Umgebung der Zufallsgröße X ?
 - c) In welchem Bereich darf der tatsächliche Stimmenanteil der SPD liegen, damit das Stichprobenergebnis $X = 26$ immer noch verträglich ist? Führe den folgenden Ansatz zu Ende:

Das Stichprobenergebnis muss im 95 %-Intervall $[\mu - 1,96\sigma; \mu + 1,96\sigma]$ liegen. Im extremsten Fall gilt entweder

$$\begin{aligned} & \mu - 1,96\sigma = 26 && \text{oder} && \mu + 1,96\sigma = 26 \\ \Leftrightarrow & 70 \cdot p - 1,96\sqrt{70 \cdot p(1-p)} = 26 && && 70 \cdot p + 1,96\sqrt{70 \cdot p(1-p)} = 26 \\ \Leftrightarrow & 70 \cdot p - 26 = +1,96\sqrt{70 \cdot p(1-p)} && && 70 \cdot p - 26 = -1,96\sqrt{70 \cdot p(1-p)} = 26 \quad |(\sim)^2 \\ \Leftrightarrow & && && (70 \cdot p - 26)^2 = +1,96^2 \cdot 70 \cdot p(1-p) \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && \\ \Leftrightarrow & && && p_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad p_2 = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

\Rightarrow Fände tatsächlich eine Wahl statt, so würde der Stimmenanteil der SPD zwischen 27% und 48% liegen.

Beim *Schluss von einer Stichprobe auf die Gesamtheit* gibt man oftmals einen Bereich an, in dem die tatsächliche Wahrscheinlichkeit liegen wird. In diesem Bereich liegen alle möglichen Wahrscheinlichkeiten, mit denen das Stichprobenergebnis verträglich ist. Man nennt dieses Intervall das **Konfidenzintervall**.

- Aufgabe 2:** Angenommen, man befragt 700 Personen und 260 dieser Personen geben die SPD als ihre Wahl an. In welchem Bereich würde man dann den tatsächlichen Stimmenanteil der SPD vermuten (Sicherheitswahrscheinlichkeit 95%)?
- Aufgabe 3:** Von 1000 befragten Deutschen geben 634 an, einen Geschirrspüler zu besitzen.
- a) Wie groß wird der tatsächliche Anteil p der Deutschen sein, die ein solches Gerät besitzen?
 - b) Berechne das 99%-Konfidenzintervall für p . Berechne erst mit der exakten Methode und anschließend mit dem Näherungsverfahren.